ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 74 – 2004

De l'impact de la microstructure d'un marché de permis de polluer sur la politique environnementale[1]

Marc GERMAIN [2], Stefano LOVO [3], Vincent van STEENBERGHE [4]

RÉSUMÉ. – Cet article discute de l'effet de la présence d'une microstructure de type « marché gouverné par les prix » sur un marché de permis de polluer. On montre qu'une telle microstructure a un impact sur le fonctionnement du marché et sur le nombre total de permis à allouer par l'agence environnementale lorsque (i) un seul teneur de marché est présent et (ii) l'agence et le(s) teneur(s) de marché ne connaissent la fonction de production des pollueurs qu'avec incertitude.

The impact of the microstructure of markets for pollution permits on the environmental policy

ABSTRACT. – This paper investigates the relation between the optimal amount of pollution permits issued by an environmental agency and the mechanisms used to trade these permits in the "secondary market". We show that when permits are traded using a quote-driven mechanism, the total amount of permits to be allocated by the environmental agency depends on two factors: (i) the market structure of intermediaries (i.e. monopolist market maker or competitive market makers); (ii) the presence of uncertainty about the production functions of the polluters.

---

1. Cette recherche s'inscrit dans le cadre des projets CLIMNEG/CLIMBEL (http://www.core.ucl.ac.be/climneg/) financés par les Services du Premier Ministre – Services fédéraux des affaires scientifiques, techniques et culturelles, contrats SSTC/DWTC CG/DD/241 et CG/10/27A. Les auteurs remercient vivement Francis Bloch, Jean Tirole, tous les membres du groupe CLIMNEG/CLIMBEL, en particulier Claude d'Aspremont, Henry Tulkens et Johan Eyckmans, ainsi que Ricardo Calcagno et un rapporteur anonyme pour leur commentaires stimulants.
2. CORE, Université Catholique de Louvain, Belgique. E-mail : germain@core.ucl.ac.be
3. Groupe HEC, Departement de Finance et Économie, France. E-mail : lovo@hec.fr
4. CORE, Université Catholique de Louvain, 34 voie du Roman Pays, 1348 LOUVAIN-LA-NEUVE, Belgique. E-mail : vansteenberghe@core.ucl.ac.be. Tel.: (32 10) 47 43 29 - Fax : (32 10) 47 43 01

1 Introduction

DALES [1968] est un des premiers auteurs à montrer l'intérêt de rendre négociables des permis de pollution. Des entreprises polluantes contraintes à détenir des permis sont incitées à échanger ces derniers aussi longtemps que leurs coûts marginaux de réduction de la pollution diffèrent. Le prix des permis s'ajuste de façon à égaliser le coût marginal de réduction de toutes les sources de pollution. MONTGOMERY [1972] démontre l'efficacité d'un marché de permis de pollution dans le cadre d'un modèle d'équilibre partiel où le marché des permis est supposé parfaitement concurrentiel.

Divers auteurs ont cherché à lever cette hypothèse. HAHN [1984], notamment, étudie les implications de la présence d'un monopoleur (monopsoneur) sur le marché des permis. STAVINS [1995], quant à lui, étudie l'influence de coûts de transaction, supportés soit par les vendeurs, soit par les acheteurs de permis, sur l'équilibre du marché. Dans ce contexte, il met en évidence l'influence de la distribution initiale des permis sur l'efficacité de l'instrument. MONTERO [1997] étend le modèle de STAVINS [1995] en y introduisant une incertitude quant à l'approbation de tout échange de permis par l'administration ; il obtient des résultats semblables à ce dernier.

Aucun de ces auteurs ne s'interroge cependant sur la manière dont les échanges de permis s'opèrent en pratique ni, *a fortiori*, sur l'influence possible du mode d'organisation (la microstructure) de ces marchés sur l'équilibre atteint. La microstructure des marchés de permis de polluer existants consiste principalement en des échanges réalisés soit de manière bilatérale entre pollueurs, soit, pour les marchés plus liquides, via l'intermédiaire de courtiers (*brokers*) ou de dealers. Bien qu'il n'existe pas encore de véritables structures de marché organisées [1] – comme des bourses d'échanges –, ces dernières vont plus que probablement voir le jour dans le cadre des échanges de permis et de crédits d'émission de gaz à effet de serre [2].

Partant d'une allocation de permis entre firmes donnée, le but du présent papier est précisément d'étudier l'impact que peut avoir la microstructure du marché de permis sur la politique optimale en matière d'environnement, en particulier le nombre total de permis à allouer. Nous choisissons une microstructure caractérisée par la présence d'un ou plusieurs intermédiaires proposant chacun un prix auquel ils sont prêts à acheter des permis (prix d'achat, ou *ask*) et un prix auquel ils acceptent de vendre ces permis (prix de vente, ou *bid*). Les intermédiaires (teneurs de marché par la suite) peuvent diffuser leurs prix aussi bien de manière informelle, comme par téléphone ou via Internet, que dans le cadre d'une structure organisée, comme sur une

1. Notons néanmoins que, dans le cadre du *Acid Rain Program* aux Etats-Unis (*Clean Air Act Amendments, 1990*), une vente aux enchères est organisée une fois par an par le *Chicago Board Of Trade*. Le nombre de permis échangés via ce mécanisme est cependant minime par rapport à l'ensemble des échanges réalisés chaque année.

2. Voir par exemple les propositions d'organisation de tels marchés par l'*International Petroleum Exchange*, le *Sidney Futures Exchange* ou le *New Zealand Futures and Options Exchange*.

bourse d'échange. Cette microstructure est donc semblable à celle d'un marché sur lequel des courtiers ou dealers concourrent par les prix qu'ils proposent, et se rapproche de celle des marchés organisés dits « de contrepartie » (*quote driven markets*) [3]. Ce type de microstructure étant surtout présent sur les marchés d'actifs financiers (comme le *FOREX*, le *Nasdaq Stock Market* ou le *SEAQ* [4]), le présent papier se situe à la croisée, très peu fréquentée à notre connaissance, de la théorie de la microstructure des marchés financiers et de l'économie de l'environnement.

Le modèle d'une économie avec pollution que nous utilisons est décrit dans la section 2. En l'absence d'incertitude (section 3), on envisage alors deux situations pouvant prévaloir sur un marché de contrepartie. Dans la première, un seul teneur de marché réalise l'ensemble des échanges de permis ; ce dernier occupe donc une position monopolistique, comme dans le cas du *specialist* sur le *New York Stock Exchange*. On montre que l'agence environnementale alloue un nombre de permis moindre lorsque le marché est tenu par un monopoleur que lorsque le marché est de type walrasien, le niveau optimal de pollution étant moindre dans le permier cas. La deuxième situation envisagée est celle où deux teneurs de marché sont en concurrence (à la Bertrand). On vérifie alors sans surprise que la politique environnementale ne diffère pas de celle à mener lorsque le marché est walrasien.

Le rôle de ces deux microstructures est ensuite étudié lorsque l'agence environnementale et le(s) teneur(s) de marché ne connais(sent) la technologie des producteurs qu'avec incertitude (section 4). On montre alors que la fourchette de prix est plus large et que l'agence environnementale alloue un plus grand nombre de permis. Par ailleurs, l'agence étant soumise à l'incertitude, on observe que la présence d'un teneur de marché monopoleur – et donc *a fortiori* en concurrence – est susceptible de conduire à une utilité sociale espérée supérieure au niveau atteint quand le marché est de type walrasien.

Les résultats décrits ci-dessus sont obtenus sous l'hypothèse qu'un teneur de marché ne peut vendre plus de permis qu'il n'en a acquis auprès des firmes. Dans la section 5, on assouplit cette hypothèse en supposant que les teneurs de marché peuvent se procurer des permis supplémentaires auprès de l'agence environnementale en cas d'excès de demande. L'agence environnementale définit alors au départ un plus petit nombre de permis et l'utilité sociale espérée s'accroît.

La section 6 résume les principaux résultats et suggère quelques extensions.

---

3. Sur un véritable marché de contrepartie, les intermédiaires (teneurs de marché) indiquent également une quantité maximale d'actifs qu'ils sont prêts à acheter ou à vendre.

4. FOREX : Foreign exchange market ; SEAQ : Stock Exchange Automated Quotations system.

2 Le modèle

2.1. Préliminaires

On suppose qu'il existe un continuum de producteurs du bien privé $y \geqslant 0$ sur l'intervalle $I = [0,1]$. Chaque producteur est indicé par i. La production est décrite par la relation

$$y(i) = g(x(i)) \tag{1}$$

où $x \geqslant 0$ représente la quantité de polluants émis lors du processus de production ; les inputs sont implicitement repris sous le symbole g. $g(.)$ est supposée strictement concave et différentiable sur $[0, x_0(i)[$, et telle que

$$\gamma(x) = \frac{dg}{dx} \left\{ \begin{array}{l} > 0 \text{ si } x < x_0(i) \\ = 0 \text{ si } x \geqslant x_0(i) \\ = \infty \text{ si } x = 0 \end{array} \right\} \tag{2}$$

Par soucis de simplicité, on suppose donc que les fonctions de production sont semblables pour tous les producteurs, et ne diffèrent que par leur capacité de production, mesurée par leur plafond d'émission $x_0(i)$.

Le niveau de pollution ambiante, z, correspond à la somme des émissions du polluant :

$$z = \int_0^1 x(i)\, di. \tag{3}$$

Le montant des dommages Ω que cette pollution engendre pour la société est exprimé par la relation

$$\Omega(z) = \pi z, \tag{4}$$

où $\pi > 0$ peut être interprété comme le consentement marginal social à payer pour une réduction de la pollution ambiante.

En situation de laissez-faire, chaque producteur maximise son profit (qui se confond ici avec sa production) sans tenir compte de l'impact de ses émissions. Chaque producteur i émet alors $x_0(i)$.

A l'optimum, par contre, les dommages causés par les émissions de polluants sont pris en compte ; l'externalité environnementale est internalisée. Un état réalisable de l'économie $\{y(i), x(i)\}$ $(i \in I)$ est dès lors optimal s'il constitue une solution du problème

$$Max_{\{x(i):i \in I, 0 \leqslant x(i) \leqslant x_0(i)\}} Y - \Omega = \int_0^1 [g(x(i)) - \pi x(i)]\, di \tag{5}$$

Dans le cas d'un maximum intérieur, la solution s'écrit :

$$\gamma(x(i)) = \pi \quad \forall i. \tag{6}$$

La condition pour obtenir un maximum intérieur s'écrit $\pi \geqslant \max_{\{i\}} \gamma_{-}(x_0(i))$ où $\gamma_{-}(x_0(i)) =_{déf} \lim_{x<x_0} \dfrac{g(x)-g(x_0)}{x-x_0}$. Elle stipule simplement que le consentement marginal social à payer pour une réduction de la pollution ambiante est supérieur au coût marginal de réduction des émissions de chaque firme dans la situation de laisser-faire. Nous supposons dorénavant que cette condition est satisfaite.

La relation (6), qui n'est autre que la condition de SAMUELSON, peut s'écrire

$$x(i) = \eta(\pi), \tag{7}$$

$\forall i \in I$, avec $\eta(.) =_{déf} \gamma^{-1}(.)$. Alors, par (3),

$$z = \eta(\pi). \tag{8}$$

Comme $\eta' < 0$, le niveau de pollution optimal est d'autant plus faible que le consentement marginal social à payer π est élevé.

2.2. Introduction d'un marché de permis walrasien (W)[5]

L'autorité publique compétente en matière d'environnement (autorité ou agence pour l'environnement ci-après) choisit de limiter les émissions du polluant en définissant un certain nombre de permis. Aucun producteur ne peut émettre plus de polluants que le nombre de permis qu'il détient ne le lui autorise.

L'autorité dispose de deux modes d'allocation des permis : une vente (aux enchères) et une distribution gratuite. On suppose que les permis sont distribués gratuitement aux producteurs selon un critère considéré ici comme exogène, chacun d'entre eux recevant $k\overline{x}(i)$ permis, k étant une constante déterminée par ailleurs. Sans perte de généralité, on suppose que les producteurs sont numérotés par i de manière telle que le nombre de permis distribués soit croissant avec i ($\overline{x}'(i) \geqslant 0$).

Le critère de répartition des permis peut constituer un instrument de recherche de l'efficacité. En effet, en présence de coûts de transaction par exemple, il est évident qu'une allocation initiale de permis telle que les coûts marginaux de réduction des émissions des firmes s'égalisent ne conduit à aucun échange de permis. Les coûts de transaction sont dès lors inexistants. Cependant, on suppose ici que le critère d'allocation est uniquement déterminé sur la base de considérations distributives qui priment sur l'efficacité de l'instrument. Si, comme c'est le cas dans la plupart des programmes existants, le critère de *grandfathering* est retenu, la fonction de distribution des permis $\overline{x}(i)$ s'aligne sur le seuil d'émissions $x_0(i)$ des producteurs puisque, selon ce critère, la proportion de permis reçus par une source d'émission doit corres-

5. La lettre « W » sera utilisée afin d'identifier les variables du modèle à l'équilibre lorsque le marché des permis est walrasien. La démarche sera semblable en présence d'un teneur de marché monopoleur (« M ») et d'un duopole de teneurs de marché (« D ») (section 3). En présence d'incertitude (section 4), nous identifierons les différents cas respectivement par « WI », « MI » et « DI ».

pondre à la proportion des émissions qu'elle a réalisées durant une période (antérieure) donnée [6].

Les producteurs sont ensuite autorisés à échanger leurs permis sur un marché supposé walrasien. Le prix auquel les permis s'échangent sur ce marché est noté σ ($\sigma > 0$). Aucune firme n'a intérêt à garder des permis inutilisés en raison du coût d'opportunité de ceux-ci ; tous les permis distribués sont donc utilisés [7]. Dès lors, permis et émissions peuvent être confondus, et la pollution ambiante est directement déterminée par le nombre de permis définis et distribués :

$$z(k) = k \int_0^1 \overline{x}(i)\, di. \tag{9}$$

2.2.1. Comportement des producteurs

Chaque producteur choisit son niveau de production $y(i)$ et sa détention de permis $x(i)$ de façon à résoudre l'objectif suivant :

$$Max_{\{y(i),x(i)\}}\ y(i) + \sigma\,[k\overline{x}(i) - x(i)] \tag{10}$$

sous contrainte que

$$y(i) \leqslant g(x_0(i)). \tag{11}$$

Chaque producteur désire alors émettre une quantité de polluants

$$x(i) = \gamma^{-1}(\sigma) =_{déf} \eta(\sigma) \qquad \text{si } \sigma > \gamma_-(x_0(i)) \tag{12}$$

$$x(i) = x_0(i) \qquad \text{si } \sigma \leqslant \gamma_-(x_0(i)) \tag{13}$$

où $\gamma_-(x_0(i)) =_{déf} \lim_{x(i)<x_0(i)} \dfrac{g(x(i)) - g(x_0(i))}{x(i) - x_0(i)}$.

La demande de permis d'un pollueur s'écrit

$$d(i,\sigma,k) = \max\{x(i) - k\overline{x}(i), 0\} \tag{14}$$

et son offre

$$o(i,\sigma,k) = \max\{k\overline{x}(i) - x(i), 0\}, \tag{15}$$

où $x(i)$ est défini par (12)-(13).

---

6. Pour une discussion concernant les critères de distribution des permis, voir notamment NOLL [1982].
7. On suppose dorénavant qu'un permis autorise l'émission d'une unité de polluant. Cette hypothèse implique alors que $k \int_0^1 \overline{x}(i)\, di \leqslant \int_0^1 x_0(i)\, di$.

2.2.2. Equilibre du marché des permis

Par la suite, et par souci de simplicité, nous nous limiterons à l'analyse de l'équilibre du marché des permis où $x(i) = \eta(\sigma)\ \forall i$, c'est-à-dire où chaque producteur égalise son coût marginal de réduction des émissions au prix des permis (nous formulons ci-dessous une condition sur les paramètres exogènes qui garantit un tel équilibre).

En posant $\varphi(.) =_{déf} \overline{x}^{-1}(.)$, les demandes et offres agrégées de permis sont

$$(16) \qquad D(\sigma,k) = \int_0^1 d(i,\sigma,k)\,di = \int_0^{\varphi\left(\frac{\eta(\sigma)}{k}\right)} [\eta(\sigma) - k\overline{x}(i)]\,di$$

et

$$(17) \qquad O(\sigma,k) = \int_0^1 o(i,\sigma,k)\,di = \int_{\varphi\left(\frac{\eta(\sigma)}{k}\right)}^1 [k\overline{x}(i) - \eta(\sigma)]\,di.$$

où $D(\sigma,k)$ et $O(\sigma,k)$ sont des fonctions respectivement strictement décroissante et strictement croissante de σ [8].

Le prix d'équilibre sur le marché walrasien, σ, est la solution de $D(\sigma,k) = O(\sigma,k)$, qui conduit à

$$(18) \qquad \eta(\sigma) = k\int_0^1 \overline{x}(i)\,di.$$

Cette solution décrit un équilibre où $x(i) = \eta(\sigma)\ \forall i$. Etant donné (12), ceci suppose que $\eta(\sigma) \leqslant x_0(i)$, $\forall i$, ou encore que $k\int_0^1 \overline{x}(i)\,di \leqslant \min_{\{i\}} x_0(i)$. Les fonctions $\overline{x}(.)$ et $x_0(.)$ étant données, il faut donc que la quantité de permis distribués (mesurée par k) soit suffisamment faible pour que l'instauration d'un marché de permis conduise chaque entreprise à réduire (au moins un peu) ses émissions de polluant par rapport à la situation de laissez-faire. La fonction $\eta(.)$ étant strictement décroissante, l'équilibre est unique.

La figure 1 représente la distribution (croissante) des permis aux entreprises. Lorsque les permis s'échangent sur un marché de type walrasien, leur prix σ s'ajuste de manière à ce que la demande agrégée (représentée par l'aire I) égale l'offre agrégée (aire II). Chaque firme utilise alors le même nombre de permis $\eta(\sigma)$.

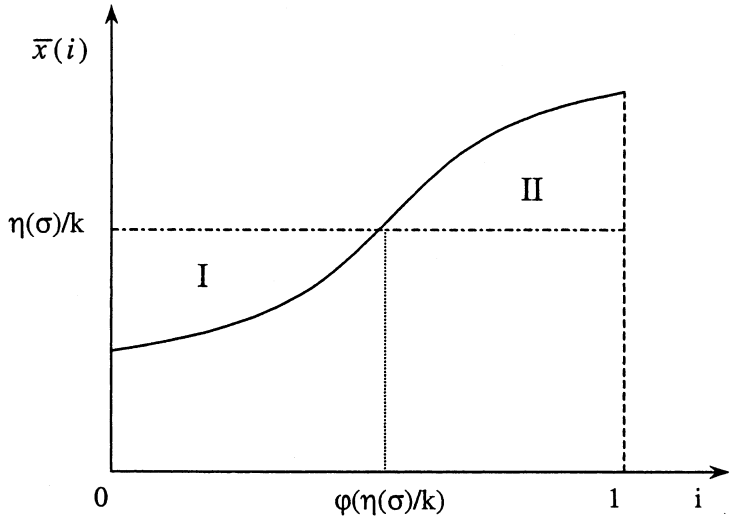
---

8. En effet,

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma} = \frac{\partial D}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial \sigma} = \varphi\left(\frac{\eta(\sigma)}{k}\right)\eta'(\sigma) - \left[\eta(\sigma) - k\overline{x}\left(\varphi\left(\frac{\eta(\sigma)}{k}\right)\right)\right]\varphi'\left(\frac{\eta(\sigma)}{k}\right)\frac{\eta'(\sigma)}{k}$$
$$= \varphi\left(\frac{\eta(\sigma)}{k}\right)\eta'(\sigma) < 0$$

car $g(x(i))$ étant croissante et strictement concave, $\gamma(x(i))$ est positive et strictement décroissante, et donc $\eta(\sigma) = \gamma^{-1}(\sigma)$ l'est aussi.

FIGURE 1
Part des permis possédés par les firmes avant et après échanges



2.2.3. **Optimum décentralisé**

Comme énoncé plus haut, on considère que la fonction de distribution des permis $\overline{x}(i)$ est exogène. La seule politique à la disposition de l'autorité désireuse de conduire l'économie à un état optimal consiste donc en la détermination du nombre total de permis à mettre en circulation. L'autorité choisit alors k de façon à résoudre le problème (5) sachant que $x(i) = \eta(\sigma) = k \int_0^1 \overline{x}(i)\, di$.

En substituant (18) dans (1), puis (1) dans (5), le problème de l'autorité devient

$$Max_{\{k\}} g\left(k \int_0^1 \overline{x}(i)\, di\right) - \pi k \int_0^1 \overline{x}(i)\, di \tag{19}$$

La condition du premier ordre de ce problème conduit alors à

$$k^W = \frac{\eta(\pi)}{\int_0^1 \overline{x}(i)\, di} \tag{20}$$

ou encore $z^W = \eta(\pi)$. On observe que la condition d'optimalité (8) d'un état de l'économie est vérifiée quelle que soit la distribution des permis, avec $\sigma^W = \pi$ et $x^W(i) = \eta(\pi)\ \forall i$. Le nombre total optimal de permis à mettre en circulation correspond donc au nombre de permis que les producteurs désirent utiliser lorsque le prix de ces permis vaut le consentement marginal social à payer pour une réduction de la pollution ambiante.

3 Impact de la microstructure sur les décisions de l'agence pour l'environnement en l'absence d'incertitude

3.1. Teneur de marché en situation de monopole (M)

Les règles d'organisation du marché des permis peuvent prévoir l'intervention d'un seul teneur de marché (TM). Celui-ci annonce un prix de vente a auquel il est obligé de satisfaire toutes les demandes de permis des firmes, et un prix d'achat b auquel il est obligé de satisfaire leurs offres de permis. Le teneur de marché choisit ces deux prix de façon à maximiser le profit qu'il peut retirer des échanges, compte tenu de la demande et de l'offre des producteurs.

A la différence des intermédiaires présents sur les marchés financiers, le teneur de marché n'a ici jamais intérêt à conserver l'actif échangé puisqu'il ne peut utiliser (et donc valoriser) lui-même les permis de polluer.

3.1.1. Comportement du teneur de marché

Le comportement du teneur de marché en situation de monopole peut être décrit par le problème suivant :

$$Max_{\{a,b\}}\ aD(a,k) - bO(b,k) \tag{21}$$

sous contrainte que

$$D(a,k) \leqslant O(b,k) \tag{22}$$

et

$$a,b \geqslant 0 \tag{23}$$

où $D(.)$ et $O(.)$ correspondent à (16) et (17). L'inégalité (22) est une contrainte de faisabilité stipulant que le teneur de marché ne peut vendre plus de permis qu'il n'en a achetés. Remarquons que la fourchette des prix $\{a^M, b^M\}$ qui résoud le problème (21)-(23) est nécessairement telle que le prix auquel le TM propose de vendre les permis est supérieur ou égal au prix auquel il propose de les acheter ($a^M \geqslant b^M$) ; dans le cas contraire, son profit serait négatif et il aurait intérêt à ne rien échanger.

On fait par ailleurs l'hypothèse que

$$\frac{d\eta}{\eta} / \frac{d\sigma}{\sigma} = \varepsilon_{\eta,\sigma} < -1, \tag{24}$$

c'est-à-dire que la fonction de production est suffisamment concave.

RÉSULTAT 1.A : *Sous l'hypothèse (24), le teneur de marché monopoleur fixe une fourchette de prix strictement positive* ($a^M > b^M$) *et telle que*

$$a^M > \sigma > b^M,$$

$$D(a,k) = O(b,k) \tag{25}$$

et

$$[a-b]\frac{\partial O(b,k)}{\partial b} = \left[1 - \frac{da}{db}\right] O(b,k)$$

(26) ou

$$[a-b]\frac{\partial D(a,k)}{\partial a} = \left[\frac{db}{da} - 1\right] D(a,k)$$

c'est-à-dire telle que l'élasticité des quantités offertes ou demandées par rapport à la fourchette de prix vaut -1 ($\varepsilon_{O,[a^M-b^M]} = -1 = \varepsilon_{D,[a^M-b^M]}$).

PREUVE : voir annexe 1. ■

Remarquons que l'hypothèse (24) implique que $aD(a,k)$ ne peut pas être croissant en a [9].

Certains échanges qui auraient eu lieu sur un marché walrasien (au prix σ) ne sont pas réalisés en raison de la fourchette de prix. En effet, pour toute firme ayant reçu $k\overline{x}(i)$ permis,

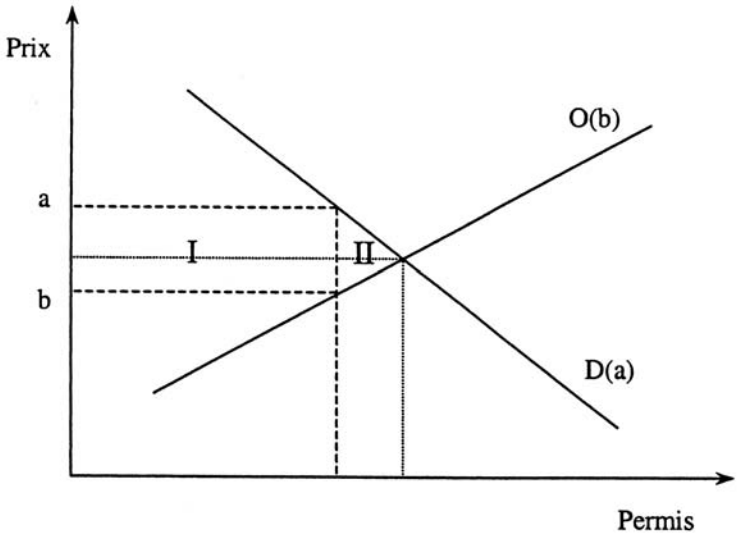
$$\begin{array}{lll} d\left(i,a^M,k\right) > 0 & si & k\overline{x}(i) \in \left[0,\eta\left(a^M\right)\right[\\ d\left(i,a^M,k\right) = 0 = o\left(i,b^M,k\right) & si & k\overline{x}(i) \in \left[\eta\left(a^M\right),\eta\left(b^M\right)\right] \\ o\left(i,b^M,k\right) > 0 & si & k\overline{x}(i) \in \left]\eta\left(b^M\right),1\right] \end{array} \tag{27}$$

Les coûts marginaux de réduction des pollueurs ne s'égalisent donc pas : ils sont égaux à a^M pour les offreurs de permis, à b^M pour les demandeurs de permis, et compris entre a^M et b^M pour les producteurs qui n'échangent pas de permis. A objectif environnemental donné ($z = \overline{z}$), le niveau de production des entreprises est inférieur à celui qui prévaudrait si le marché des permis était de type walrasien. La figure 2 illustre la perte sèche (aire $[II]$) engendrée par l'absence des échanges qui auraient eu lieu sur un marché walrasien. L'aire $[I]$ correspond quant à elle à l'extraction par le TM monopoleur d'une partie du surplus des demandeurs et offreurs.

9. Si $aD(a,k)$ était croissant en a, le teneur de marché maximiserait son profit en proposant $a = \infty$ et le problème (21) n'aurait pas de sens.

Comme MONTGOMERY [1972] le montre, le prix d'équilibre des permis est indépendant de leur allocation initiale lorsque le marché des permis est de type walrasien (voir section 2.2.2), même si le nombre de permis échangés sur le marché dépend de cette allocation initiale. Cependant, le profit d'un teneur de marché monopoleur, et donc la fourchette de prix qu'il propose, sont influencés par le nombre de permis que les producteurs sont prêts à échanger, et donc par l'allocation initiale des permis. En conséquence, la perte sèche (aire $[II]$ de la figure 2) est fonction de la distribution initiale des permis.

FIGURE 2
Marché des permis en présence d'un teneur de marché monopoleur



3.1.2. **Choix de l'autorité**

La relation (8), qui détermine le nombre optimal de permis à définir par l'autorité lorsque le marché des permis est de type walrasien, ne permet plus de spécifier le nombre optimal de permis en présence d'un teneur de marché monopoleur [10]. En effet, dans ce cas l'état de l'économie est optimal s'il est la solution du problème suivant :

$$(28) \qquad Max_{\{a,b,k\geqslant 0\}} Y\,(a,b,k) - \pi z\,(k) = Y\,(a,b,k) - \pi k \int_0^1 \overline{x}(i)di$$

sous les contraintes (25) et (26), où

10. Rappelons que nous avons supposé que les permis étaient distribués gratuitement aux firmes selon un critère considéré comme exogène (section 2.2). L'agence environnnementale ne peut donc pas réduire les imperfections liées à la microstructure du marché en distribuant à chaque firme un nombre de permis tel que les coûts marginaux de réduction des émissions sont égalisés entre les firmes.

$$(29)\quad Y(a,b,k) = \int_0^{\varphi\left(\frac{\eta(a)}{k}\right)} g(\eta(a))\,di + \int_{\varphi\left(\frac{\eta(a)}{k}\right)}^{\varphi\left(\frac{\eta(b)}{k}\right)} g(k\overline{x}(i))\,di + \int_{\varphi\left(\frac{\eta(b)}{k}\right)}^{1} g(\eta(b))\,di$$

Les conditions liées à ce problème étant difficiles à interpréter en toute généralité, on choisit de résoudre ce problème dans un cas particulier. On se donne une fonction de production de type isoélastique

$$(30)\qquad g(x(i)) = \frac{x^{1-\alpha}(i)}{1-\alpha} \quad \forall i \quad \text{avec } 0 \leqslant \alpha < 1$$

[11] et une distribution des permis entre les producteurs telle que

$$(31)\qquad \overline{x}(i) = i \quad \forall i \quad \text{avec } 0 \leqslant i \leqslant 1$$

On a dès lors $\gamma(x) = x^{-\alpha}$ par (31) et $\gamma^{-1}(\sigma) =_{déf} \eta(\sigma) = \sigma^{-\frac{1}{\alpha}}$. Par ailleurs, (31) entraîne que $\varphi(.) = (.)$ et que $z = k\int_0^1 i\,di = \frac{k}{2}$.

Dans le cas d'un marché walrasien, la relation (20) avec les spécifications (30) et (31) conduit à

$$(32)\qquad \frac{k^W}{2} = z^W = \pi^{-\frac{1}{\alpha}}.$$

Ceci découle du fait que $\sigma = \pi$ et $x(i) = \eta(\pi)$ à l'optimum (voir section 2.2.3).

En présence d'un teneur de marché monopleur, le problème (28) avec les spécifications (30) et (31) ne peut être résolu que numériquement par balayage sur les différentes valeurs admissibles des paramètres exogènes α et π ($0 < \alpha < 1$ et $0 < \pi < \infty$)[12].

RÉSULTAT 1.B : *On vérifie que*

$$k^M < k^W$$
$$z^M < z^W$$
$$Y^M < Y^W$$
$$U^M < U^W$$

où $U =_{déf} Y - \pi z$. ■

11. L'hypothèse (8), à savoir $\varepsilon_{\eta,\sigma} < -1$, est alors satisfaite puisque $\alpha < 1$.

12. Ce problème d'optimisation, ainsi que tous les suivants, ont été résolus à l'aide de la « boîte à outils » *Optimization* du logiciel *MATLAB 5.2*.

La pollution ambiante optimale, directement déterminée par k, est alors inférieure en présence du teneur de marché [13]. Ce résultat tient au fait que la perte sèche de bien-être est croissante avec k (voir l'annexe 2). En effet, dans ces circonstances les bénéfices marginaux de la pollution (l'accroissement de la production) sont moindres en présence du teneur de marché monopoleur que lorsque le marché est walrasien. Les dommages marginaux de la pollution sont quant à eux constants (π) et identiques dans les deux types de marché. Le niveau optimal de pollution (et donc de k), qui correspond à l'égalisation entre les bénéfices et les dommages marginaux de la pollution, est donc forcément moindre en présence d'un teneur de marché monopoleur [14].

Le niveau optimal de production est également plus faible en présence du TM, en raison, d'une part, de la non égalisation des coûts marginaux de réduction (voir (27)) et, d'autre part, du nombre inférieur d'émissions autorisées. Par rapport à la situation du marché walrasien, l'utilité est ici affectée négativement par ce niveau de production inférieur, mais positivement par le stock de pollution également inférieur. Le premier effet domine néanmoins le second.

3.2. Teneurs de marché en concurrence : duopole (D)

Nous étudions maintenant la façon dont le marché des permis fonctionne, et plus particulièrement comment les prix se déterminent, lorsque plusieurs TM sont susceptibles de réaliser des échanges. Le raisonnement s'effectue à partir d'un duopole, mais il est généralisable à plus de deux TM. A la manière d'un duopole de BERTRAND, les TM concourrent par les prix qu'ils proposent. Chaque TM propose deux prix (l'un pour la vente des permis, l'autre pour l'achat de ceux-ci) de façon à maximiser son profit compte tenu du comportement de l'autre TM et des offres et demandes de permis provenant des producteurs.

Soient $\{a_j, b_j\}$ la fourchette de prix proposée par le TM$_j$, $j = 1,2$. Tous les producteurs adressent leur demande de permis au TM qui propose le prix de vente a le plus faible ($D(a,k) = D(\min\{a_1, a_2\}, k)$) et leur offre au TM qui propose le prix d'achat b le plus élevé ($O(b,k) = O(\max\{b_1, b_2\}, k)$). Lorsque les deux teneurs de marché proposent un même prix d'achat (respectivement, un même prix de vente), on considère que la part des demandes (respectivement, des offres) qui revient au TM$_j$ est déternimée par un paramètre exogène θ_j ($0 \leqslant \theta_j \leqslant 1$, $\sum_{j=1}^{2} \theta_j = 1$) [15]. La contrainte $D(a,k) \leqslant O(b,k)$ s'applique également pour chaque teneur de marché. Le problème du teneur de marché j ($j = 1,2$) s'écrit

$$(33) \qquad Max_{\{a_j, b_j\}}\, a_j D_j(\{a_j, a_{3-j}\}, k) - b_j O_j(\{b_j, b_{3-j}\}, k)$$

13. Pour chacune de ces variables, la différence peut valoir jusqu'à 5% de leur valeur sur un marché walrasien.

14. Le raisonnement est semblable à celui proposé par ATKINSON and STERN [1974] dans le cadre du choix du niveau optimal de production d'un bien public financé par les revenus d'une taxe engendrant des distorsions.

15. Il reviendrait au même d'autoriser les teneurs de marché à échanger des permis entre eux.

sous contrainte que

$$D_j(\{a_j, a_{3-j}\}, k) \leqslant O_j\left(\{b_j, b_{3-j}\}, k\right) \tag{34}$$

et

$$a_j, b_j \geqslant 0 \tag{35}$$

avec

$$D_j(\{a_j, a_{3-j}\}, k) = D\left(a_j, k\right) \xi^a\left(a_j, a_{3-j}\right)$$

$$\text{et} \quad O_j\left(\{b_j, b_{3-j}\}, k\right) = O\left(b_j, k\right) \xi^b\left(b_j, b_{3-j}\right)$$

où

$$\xi^a\left(a_j, a_{3-j}\right) = \left\{\begin{array}{l} 1 \text{ si } a_j < a_{3-j} \\ \theta_j \text{ si } a_j = a_{3-j} \\ 0 \text{ sinon} \end{array}\right\}, \xi^b\left(b_j, b_{3-j}\right) = \left\{\begin{array}{l} 1 \text{ si } b_j > b_{3-j} \\ \theta_j \text{ si } b_j = b_{3-j} \\ 0 \text{ sinon} \end{array}\right\}$$

et $\{a_{3-j}, b_{3-j}\}$ donné.

RÉSULTAT 2 : *Sous l'hypothèse (24), l'équilibre du jeu entre les teneurs de marché est unique et caractérisé par les prix $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = \sigma$, où σ est la valeur fondamentale des permis.*

Preuve : voir annexe 3. ■

Le marché des permis se comporte alors comme un marché walrasien puisque la fourchette des prix proposés à l'équilibre est nulle et que ces prix correspondent à la valeur fondamentale des permis. Dès lors, l'autorité va fixer le nombre optimal de permis (la pollution ambiante optimale) selon la relation (20) [16].

16. Les résultats obtenus ci-dessus ne sont toutefois plus valables en présence de coûts à l'entrée. Dans ce cas, un seul teneur de marché entre et ce dernier se comporte comme un monopoleur. Son profit est toutefois diminué du coût payé pour l'entrée.

4 Rôle de la microstructure en présence d'incertitude

L'analyse présentée dans les sections précédentes conduit toutefois à des résultats différents lorsque les agents sont soumis à une certaine incertitude. On considère que les fonctions de production sont influencées de manière multiplicative par un paramètre m, c'est-à-dire

$$y = mg\left(x\left(i\right)\right). \tag{36}$$

On note immédiatement que (36) est identique à (11) lorsque $m = 1$. L'introduction de ce paramètre m permet de prendre en compte l'incertitude portant sur la fonction de production des firmes. Par exemple, la découverte d'une technologie moins polluante correspond alors à une valeur de m relativement élevée. Par ailleurs, le paramètre m peut également prendre en compte l'incertitude portant sur d'autres éléments exogènes, comme par exemple la météorologie, qui affectent la fonction de production.

Par une démarche idendique à celle de la section 2.1.4, un état optimal de l'économie est alors caractérisé par

$$z = \eta\left(\frac{\pi}{m}\right). \tag{37}$$

On suppose par ailleurs que la valeur de m n'est connue que par les producteurs. Pour l'agence environnementale et pour le(s) éventuel(s) teneur(s) de marché, l'incertitude prend la forme d'une distribution de probabilités où m peut prendre les valeurs $m_1, m_2, ..., m_s$ ($s \in N$ et $s \geqslant 2$) avec des probabilités $p_1, p_2, ..., p_s$ ($\sum_{n=1}^{s} p_n = 1$, $p_n \geqslant 0$ $\forall n$, et $p_s > 0$, $p_l > 0$ pour au moins un $l \in N \setminus \{s\}$). Sans perte de généralité, on suppose que $m_1 < m_2 < ... < m_s$.

4.1. Marché walrasien (WI)

En suivant un raisonnement semblable à celui de la section 2.2, les demandes et offres agrégées de permis correspondant au prix σ, au paramètre m et au niveau de permis déterminé par k s'écrivent respectivement

$$D\left(\sigma, k, m\right) = \int_0^{\varphi\left(\frac{\eta\left(\frac{\sigma}{m}\right)}{k}\right)} \eta\left(\frac{\sigma}{m}\right) - k\overline{x}\left(i\right) di \tag{38}$$

et

$$O\left(\sigma, k, m\right) = \int_{\varphi\left(\frac{\eta\left(\frac{\sigma}{m}\right)}{k}\right)}^{1} k\overline{x}\left(i\right) - \eta\left(\frac{\sigma}{m}\right) di, \tag{39}$$

chaque firme émettant $x(i) = \eta\left(\frac{\sigma}{m}\right)$. Notons que si m augmente, la demande augmente et l'offre diminue.

Etant donné la valeur du paramètre m, le prix des permis sur le marché walrasien σ est déterminé par $D(\sigma,k,m) = O(\sigma,k,m)$. L'hypothèse $m_1 < m_2 < ... < m_s$ implique alors que $\sigma_1 < \sigma_2 < ... < \sigma_s$ où σ_n est la valeur de σ qui résoud $D(\sigma,k,m_n) = O(\sigma,k,m_n)$.

Ignorant la valeur de m, l'agence environnementale choisit k de manière à résoudre

$$(40) \qquad Max_{\{k\}} E(Y - \Omega) = \sum_{n=1}^{s} p_n \left[Y(\sigma_n,k,m_n) - \pi z(\sigma_n,k,m_n)\right]$$

sous les contraintes

$$(41) \qquad D(\sigma_n,k,m_n) = O(\sigma_n,k,m_n), \forall n$$

où

$$Y_n(\sigma_n,k,m_n) = m_n g\left(\eta\left(\frac{\sigma_n}{m_n}\right)\right)$$

et

$$z_n(\sigma_n,k,m_n) = \eta\left(\frac{\sigma_n}{m_n}\right).$$

La solution du problème s'écrit :

$$k^{WI} = \frac{\eta\left(\frac{\pi}{E(m)}\right)}{\int_0^1 \overline{x}(i)\,di}.$$

$\eta(.)$ étant décroissant, l'agence alloue d'autant plus de permis que la probabilité d'observer un paramètre de productivité m élevé est importante.

Les permis étant tous utilisés quel que soit m, la pollution ambiante ne varie pas selon m et vaut $z(\sigma_n,k,m_n) = k\int_0^1 \overline{x}(i)\,di \ \forall n$. Par rapport à la situation dans laquelle l'agence environnnementale ne serait pas touchée par l'incertitude, ce niveau de pollution – et donc de production – est trop élevé lorsque m est faible et trop faible quand m est élevé. En effet, en raison de la stricte concavité de $g(.)$, on a forcément $z\left(\sigma_1,k^W(m_1),m_1\right) < z\left(\sigma_n,k^{WI},m_n\right) < z\left(\sigma_s,k^W(m_s),m_s\right) \ \forall n$ car $k^W(m_1) < k^{WI} < k^W(m_s)$ où $k^W(m_n) = \frac{\eta\left(\frac{\pi}{m_n}\right)}{\int_0^1 \overline{x}(i)\,di}$ serait le nombre de permis alloués par l'agence si celle-ci connaissait la valeur de m.

4.2. Teneur de marché en situation de monopole (MI)

Le TM ne connait la valeur de m qu'avec incertitude au moment où il propose sa fourchette de prix. Cette méconnaissance de la technologie des producteurs entraîne une incertitude sur les fonctions d'offre et de demande de permis s'adressant à lui.

4.2.1. Comportement du teneur de marché

Quelle que soit la valeur du paramètre m, le teneur de marché ne peut vendre plus de permis qu'il n'en a achetés. En conséquence, la fourchette de prix doit vérifier

$$D(a,k,m_n) \leqslant O(b,k,m_n) \quad \forall n = 1,...,s. \tag{42}$$

Par $D(\sigma,m_1) < D(\sigma,m_2) < ... < D(\sigma,m_s)$ et $O(\sigma,m_1) > O(\sigma,m_2) > ... > O(\sigma,m_s)$, les contraintes sont « emboitées » et seule la $s^{ième}$ contrainte est susceptible d'être liante. (42) peut dès lors être remplacée par

$$D(a,k,m_s) \leqslant O(b,k,m_s) \tag{43}$$

car si cette dernière est satisfaite, les autres contraintes sont *a fortiori* satisfaites.

Le TM choisit alors sa fourchette de prix de façon à maximiser son espérance de profit $E(\Pi)$:

$$Max_{\{a,b\}}\, a \sum_{n=1}^{s} p_n D(a,k,m_n) - b \sum_{n=1}^{s} p_n O(b,k,m_n) \tag{44}$$

sous la contrainte (43) et $E(\Pi) \geqslant 0$.

RESULTAT 3.A : *Le teneur de marché fixe une fourchette de prix strictement positive ($a > b$) et telle que*

$$D(a,k,m_s) = O(b,k,m_s) \tag{45}$$

et

$$E(O(b,k,m_n)) + bE\left(\frac{\partial O(b,k,m_n)}{\partial b}\right) = \frac{da}{db}\left[E(D(a,k,m_n)) + aE\left(\frac{\partial D(a,k,m_n)}{\partial a}\right)\right] \tag{46}$$

où $\dfrac{da}{db} = \dfrac{\dfrac{\partial O(b,k,m_s)}{\partial b}}{\dfrac{\partial D(a,k,m_s)}{\partial a}}$.

PREUVE : voir annexe 4. ■

Comme c'était le cas en l'absence d'incertitude, le TM n'a jamais intérêt à laisser subsister un excès d'offre. Toutefois, ne pouvant en aucun cas laisser un excès de demande se produire, il choisit ses prix de manière à satisfaire (45), ce qui engendre forcément un excès d'offre de permis $\forall\ m \neq m_s$.

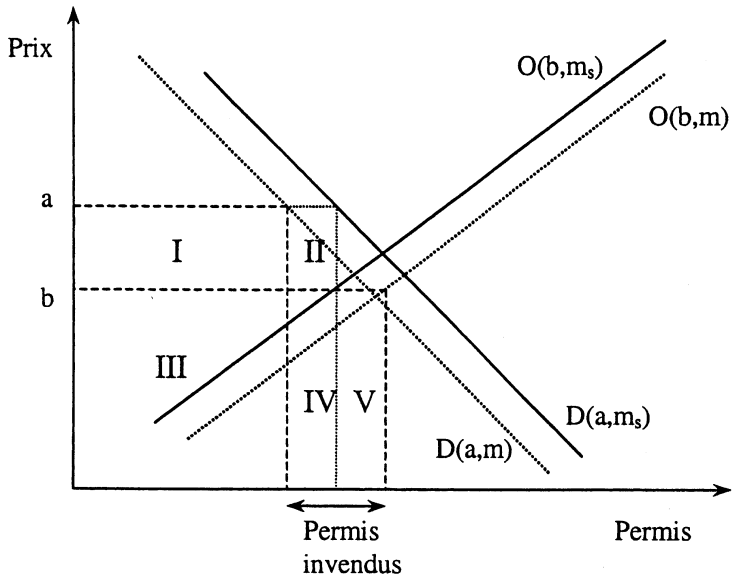
Pour certaines valeurs de m et de p [17], il n'existe cependant pas de prix $\{a,b\}$ susceptibles de conduire à des échanges et satisfaisant en même temps les deux conditions nécessaires $D(a,k,m_s) = O(b,k,m_s)$ et $E\,(\Pi\,(a,b)) \geqslant 0$ [18]. Lorsque l'incertitude est trop importante, c'est-à-dire que la probabilité de voir se réaliser la valeur m_s du paramètre m est relativement faible ou que les valeurs possibles du paramètre m sont très différentes, la contrainte de faisabilité $D(a,k,m_s) \leqslant O(b,k,m_s)$ devient trop imposante pour qu'un profit espéré non négatif puisse être obtenu. Quelle que soit la fourchette de prix satisfaisant la contrainte $D(a,k,m_s) = O(b,k,m_s)$ qu'il fixe, le TM conserverait alors, en espérance, un stock de permis invendus trop important pour pouvoir jouir d'un profit espéré non négatif.

En raison de la fourchette strictement positive, les coûts marginaux de réduction des émissions des pollueurs ne s'égalisent pas, comme c'était le cas en l'absence d'incertitude (voir (27) section 3.1.1).

La figure 3 illustre simultanément deux états possibles du marché des permis selon la valeur de m. Dans un cas le paramètre de productivité vaut

FIGURE 3

Marché des permis avec microstructure et sous incertitude



17. Selon la spécification de la fonction de production $g(.)$ et la distribution des permis $\overline{x}(i)$.

18. On remarque toutefois que s'il n'existe pas d'équilibre avec échanges, alors il existe toujours au moins un équilibre sans échange, caractérisé par des prix $\{\widetilde{a},\widetilde{b}\}$ tels que $\widetilde{a} \geqslant \min\{a \mid D(a,k,m_s) = 0\}$ et $\widetilde{b} \leqslant \max\{b \mid O(b,k,m_1) = 0\}$.

m_s, dans l'autre il vaut m. Soit $\left\{a^{MI}, b^{MI}\right\}$, la fourchette d'équilibre telle que $D\left(a^{MI}, m_s\right) = O\left(b^{MI}, m_s\right)$. Si le paramètre de productivité vaut effectivement m_s, le profit du teneur de marché vaut l'aire $[I + II]$. Par contre, s'il vaut m, le teneur de marché vend moins de permis et en achète davantage ; ses coûts liés à l'achat des permis augmentent (aire $[V]$) tandis que ses recettes de la vente de permis diminuent (aire $[II + IV]$). Son profit vaut alors l'aire $[I - (IV + V)]$.

4.2.2. **Choix de l'autorité**

La production totale $Y(a,b,k,m)$ prend une forme semblable à (29) où a et b sont remplacés respectivement par $\frac{a}{m}$ et $\frac{b}{m}$ et la pollution ambiante vaut

$$z(a,b,k,m) = k \int_0^1 \overline{x}(i)\, di - [O(b,k,m) - D(a,k,m)] \tag{47}$$

Cette dernière correspond au nombre total de permis alloués diminué de l'excès d'offre (net) de permis. Cet excès d'offre, qui correspond à des permis invendus par le teneur de marché et donc inutilisés par les producteurs, est positif $\forall\, m \neq m_s$.

L'autorité est soumise aux mêmes incertitudes que le teneur de marché. Elle choisit k de manière à résoudre

$$Max_{\{a,b,k\}} E(Y - \Omega) = \sum_{n=1}^{s} p_n \left[Y(a,b,k,m_n) - \pi z(a,b,k,m_n)\right] \tag{48}$$

sous les contraintes (45) et (46).

Les conditions d'optimalité de ce problème sont difficiles à interpréter en toute généralité. Aussi choisit-on de résoudre un cas particulier semblable à celui proposé dans la section 3.1.2. Nous utilisons la fonction de production simplifiée définie par

$$mg(x(i)) = m\frac{x^{1-\alpha}(i)}{1-\alpha} \quad \forall i \quad \text{avec} \quad 0 \leqslant \alpha < 1, \tag{49}$$

la distribution des permis spécifiée par

$$\overline{x}(i) = i \quad \forall i \quad \text{avec} \quad 0 \leqslant i \leqslant 1 \tag{50}$$

où $m \in \{m_1, m_2\}$ avec les probabilités $\{p_1, p_2\}$. Notons que les résultats obtenus en l'absence d'incertitude (section 3.1) correspondent donc à la situation dans laquelle $m_1 = m_2 = 1$.

Sous ces spécifications, le problème (48) est alors résolu numériquement par balayage sur les valeurs admissibles de α, π, $\{p_1, p_2\}$ et $\{m_1, m_2\}$ [19].

19. $0 < \alpha < 1$, $\pi > 0$, $p_2 = 1 - p_1$ avec p_1, $p_2 > 0$ et $0 < m_1 < m_2$.

En prenant p_1, p_2, m_1 et m_2 tels que $E(m) = 1$:

RÉSULTAT 3.B : *On vérifie que*

$$k^{MI} > k^M$$
$$E(Y^{MI}) < Y^M$$
$$E(z^{MI}) < z^M$$
$$E(U^{MI}) < U^M$$

■

En présence d'un *teneur de marché en situation de monopole*, l'agence environnementale doit définir davantage de permis en présence d'incertitude. La pollution ambiante espérée est cependant moindre, notamment en raison de la non utilisation de permis lorsque $m = m_1$. Ceci conduit également à une production espérée moindre en présence d'incertitude. Mais le plus faible niveau de pollution espéré ne compense pas, en valeur, le plus faible niveau de production attendu, de sorte que l'utilité sociale espérée est plus faible en présence d'incertitude. Par ailleurs :

RÉSULTAT 3.C : *On vérifie que*

$$k^{MI} \gtreqless k^{WI}$$
$$E(U^{MI}) \gtreqless E(U^{WI})$$

■

En présence d'incertitude, le nombre optimal de permis à allouer peut être plus élevé en présence d'un teneur de marché monopoleur que lorsque le marché est walrasien (contrairement à ce qui avait été observé à la section 3.1). En outre, il est surprenant de constater que l'utilité sociale espérée est parfois plus élevée en présence du teneur de marché qu'avec un marché walrasien. L'explication tient en deux parties.

D'une part, le fait que le TM ne puisse établir des prix différents selon la valeur de m conduit à un niveau de pollution inférieur au nombre de permis alloués lorsque $m = m_1$ puisqu'une partie des permis sont alors invendus par le teneur de marché et donc inutilisés. On observe en effet que

$$z(a,b,k^{MI},m_1) < z(a,b,k^{MI},m_2) = k^{MI} \int_0^1 \overline{x}(i)\, di.$$

Contrairement à ce qui prévaut sur un marché walrasien sous incertitude (voir section 4.1), le niveau de pollution – et donc de production – dépend donc ici de la valeur de m et se rapproche, pour chaque valeur de m, du niveau qu'il atteindrait si l'agence environnementale n'était pas soumise à l'incertitude. Cet effet tend donc à rendre l'utilité sociale espérée plus élevée en présence de la microstructure que lorsque le marché est walrasien.

D'autre part, la fourchette de prix strictement positive empêche l'égalisation des coûts marginaux de réduction des émissions des entreprises. Pour chaque niveau de pollution ambiante, la production totale est donc toujours moindre en présence de la microstructure, ce qui tend à rendre l'utilité sociale espérée plus faible dans cette circonstance.

Pour certaines valeurs des paramètres, la combinaison de ces deux effets conduit à $E(U^{MI}) < E(U^{WI})$ (l'effet « négatif » de la fourchette l'emporte sur ses effets « positifs »), tandis que l'inverse se produit pour d'autres valeurs, typiquement lorsque la probabilité d'observer un état de la technologie très défavorable est faible (p_1 petit et m_1 beaucoup plus petit que m_2) [20].

Dans quelle mesure de tels résultats sont-ils valables lorsque plusieurs teneurs de marchés sont en concurrence ?

4.3. Teneurs de marché en concurrence (DI)

Quelle que soit la valeur du paramètre m et la façon dont les teneurs de marché se partagent le marché, ceux-ci ne peuvent vendre plus de permis qu'ils n'en ont achetés. En conséquence, la fourchette de prix doit vérifier la relation (43).

En présence d'incertitude, chaque teneur de marché $j = 1,2$ choisit sa fourchette de prix de façon à maximiser son espérance de profit :

$$(51) \quad Max_{\{a_j,b_j\}} E\left(\Pi_j\right) = a_j \sum_{n=1}^{s} p_n D_j(\left\{a_j,a_{3-j}\right\},k,m_n) - b_j \sum_{n=1}^{s} p_n O_j\left(\left\{b_j,b_{3-j}\right\},k,m_n\right)$$

sous la contrainte

$$(52) \qquad D_j(\left\{a_j,a_{3-j}\right\},k,m_s) \leqslant O_j\left(\left\{b_j,b_{3-j}\right\},k,m_s\right)$$

avec

$$D_j(\left\{a_j,a_{3-j}\right\},k,m_n) = D\left(a_j,k,m_n\right)\xi^a\left(a_j,a_{3-j}\right)$$
$$O_j\left(\left\{b_j,b_{3-j}\right\},k,m_n\right) = O\left(b_j,k,m_n\right)\xi^b\left(b_j,b_{3-j}\right)$$

$\forall n$, et $\left\{a_{3-j},b_{3-j}\right\}$ donné.

RÉSULTAT 4.A : *Sous l'hypothèse (24) et s'il existe $\{a,b\}$ tel que $E(\Pi(a,b)) > 0$ et $D(a,k,m_s) \leqslant O(b,k,m_s)$, alors un équilibre avec échanges existe et est caractérisé par une fourchette de prix strictement*

20. Le rapport $E(U^{MI})/E(U^{WI})$ augmente généralement avec $\frac{p_2}{p_1}$ et $\frac{m_2}{m_1}$. Rappelons toutefois qu'une incertitude importante menace l'existence d'un équilibre avec échanges de permis.

positive ($a > b$) ainsi que par

(53) $$D(a,k,m_s) = O\,(b,k,m_s)$$

et

(54) $$E(\Pi_j) = 0, \;\; j = 1,2.$$

PREUVE : voir annexe 5. ■

Pour les mêmes raisons que celles invoquées pour le teneur de marché en situation de monopole, l'existence d'un équilibre avec échanges de permis n'est pas non plus garantie ici.

L'autorité, qui est soumise aux mêmes incertitudes que les teneurs de marché, choisit k de manière à résoudre (48) sous les contraintes (53) et (54). En appliquant la même méthode de résolution que celle utilisée dans la section 4.2.3 et en prenant p et m tels que $E(m) = 1$:

RÉSULTAT 4.B : *On vérifie que*

$$k^{DI} > k^{W}$$
$$E\left(z^{DI}\right) < z^{W}$$
$$E\left(Y^{DI}\right) < Y^{W}$$
$$E\left(U^{DI}\right) < U^{W}$$

■

L'autorité définit donc davantage de permis qu'en l'absence d'incertitude ($k^{DI} > k^{W}$). Le niveau de pollution ambiante espéré est cependant inférieur car une partie des permis ne sont pas utilisés lorsque le paramètre de productivité est autre que m_s. La production espérée est également plus faible parce que, d'une part, la fourchette positive empêche l'égalisation des coûts marginaux de réduction des pollueurs, et, d'autre part, l'espérance du nombre de permis utilisés est moindre. On observe alors que le gain d'utilité octroyé par le moindre niveau de pollution est, en espérance, dominé par la perte d'utilité causée par la production plus faible.

RÉSULTAT 4.C : *On vérifie que*

$$k^{DI} > k^{MI}$$
$$E\left(U^{DI}\right) > E\left(U^{MI}\right)$$

■

En présence d'incertitude, le nombre optimal de permis alloués par l'agence environnementale est toujours plus important avec un duopole de TM qu'avec

un TM monopoleur. Comme attendu, l'utilité espérée est toujours supérieure dans le premier cas, c'est-à-dire $E\left(U^{DI}\right) > E\left(U^{MI}\right)$.

RÉSULTAT 4.D : *On vérifie que*

$$k^{DI} \gtreqless k^{WI}$$
$$E\left(U^{DI}\right) \gtreqless E\left(U^{WI}\right)$$

■

Ces résultats sont semblables à ceux obtenus dans le cadre de la comparaison entre TM monopoleur et marché walrasien sous incertitude (résultat 3.c). Le résultat 4.c implique que, si $E\left(U^{MI}\right) \geqslant E\left(U^{WI}\right)$, alors $E\left(U^{DI}\right) > E\left(U^{WI}\right)$. La possibilité qu'un duopole procure une utilité espérée plus élevée qu'un marché walrasien est donc plus grande que dans le cas d'un monopole.

5 Assouplissement de la contrainte de non excès de demande (DIA)

Les résultats des sections précédentes (sections 4.2 et 4.3) découlent de la contrainte selon laquelle les teneurs de marché ne peuvent vendre des permis qu'ils ne possèdent pas et sont obligés de satisfaire la demande s'adressant à eux. Cette contrainte peut compromettre l'existence d'un équilibre (avec échanges) sur le marché des permis et peut s'avérer coûteuse en termes d'utilité sociale, particulièrement lorsqu'un état du monde extrême est susceptible de survenir avec une probabilité très faible. Les teneurs de marché sont alors contraints de proposer une fourchette de prix importante et de détenir une grande quantité de permis dont une partie risque de rester invendue.

Afin d'assouplir cette contrainte, on introduit la possibilité pour les teneurs de marché d'acheter à l'agence environnementale des permis supplémentaires quand, aux prix proposés, la demande de permis des firmes se révèle supérieure à l'offre. Il s'agit donc d'un instrument supplémentaire à la disposition de l'agence environnementale, qui peut s'interpréter comme une pénalité lorsque le prix fixé par l'agence est significativement supérieur aux prix d'achat et de vente proposés par les teneurs de marché [21].

Les teneurs de marché en concurrence sont alors supposés devoir satisfaire la demande non pas pour chaque valeur possible du paramètre de producti-

21. Une analyse approfondie de cette hypothèse de recours à l'agence environnementale en cas d'excès de demande dépasserait le cadre du présent papier et les résultats décrits ci-dessous restent exploratoires.

vité, mais bien en espérance [22]. Si la demande excède l'offre, les teneurs de marché doivent alors se procurer les permis auprès de l'agence environnementale au prix t fixé préalablement par elle. La séquence des actions est donc la suivante. *Etape 1 :* l'agence environnementale définit et distribue aux firmes un nombre total de permis $k \int_0^1 \overline{x}(i)\, di$; elle annonce également le prix t auquel elle vendra des permis aux TM à l'étape 4. *Etape 2 :* les TM annoncent leurs prix de vente a et d'achat b aux firmes. *Etape 3 :* les firmes échangent des permis avec les TM et produisent. *Etape 4 :* les TM achètent des permis à l'agence environnmentale au prix t fixé par elle à l'étape 1, de manière à résorber leur éventuel déficit de permis.

L'agence maximise alors l'utilité sociale par rapport à t et k sous les contraintes

$$E\,(D(a,k,m) - O\,(b,k,m)) \leqslant 0 \tag{55}$$

et

$$\begin{aligned} E(\Pi) &= E\,(aD(a,k,m) - bO\,(b,k,m) - t \max\{0, D(a,k,m) - O\,(b,k,m)\}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

avec

$$\frac{\partial E(\Pi)}{\partial a} \geqslant 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial E(\Pi)}{\partial b} \leqslant 0 \tag{56}$$

Dans le cas particulier présenté aux sections 4.2.3 et 4.3, le calcul numérique de ce problème conduit à:

RÉSULTAT 5 : *On vérifie que*

$$k^{DIA} \leqslant k^{DI} \qquad \text{avec } k^{DIA} \gtreqless k^{WI}$$
$$E\left(U^{DIA}\right) \geqslant E\left(U^{DI}\right) \qquad \text{avec } E\left(U^{DIA}\right) \gtreqless E\left(U^{WI}\right).$$

■

On observe tout d'abord que, pour une série de paramètres correspondant à une incertitude relativement importante, on obtient ici des équilibres avec échanges de permis qui n'existaient pas en présence d'un duopole sous incertitude « classique » (voir section 4.3). Ensuite, l'agence définit ici moins de permis parce que, d'une part, moins de permis sont invendus quand $m = m_1$ et, d'autre part, la pollution est susceptible d'être supérieure au nombre de permis définis lorsque $m = m_2$. L'agence environnementale disposant d'un instrument supplémentaire, il est alors peu surprenant de remarquer que l'utilité sociale espérée est toujours au moins aussi importante. Pour certaines valeurs des paramètres, le prix auquel l'agence « vend » des permis aux teneurs de marché peut être nul (permis supplémentaires gratuits). La

22. Nous sommes redevables à Francis BLOCH et à Jean TIROLE de nous avoir suggéré ce cas de figure.

contrainte (55) est alors toujours liante et l'utilité sociale espérée toujours supérieure à celle qui prévaut en l'absence de cet instrument.

Le relâchement de la contrainte de non excès de demande autorise les teneurs de marché à proposer une fourchette de prix moindre. La répartition des permis entre entreprises est alors meilleure et se rapproche de l'égalisation des coûts marginaux. A niveau de pollution donné, la production est donc supérieure. Production et pollution optimales espérées sont alors également supérieures puisque le coût d'opportunité de la réduction de la pollution est plus important [23].

6 Conclusions

Ce papier a analysé les conséquences de la présence d'une microstructure d'un marché de permis de pollution sur les décisions optimales à prendre par l'autorité compétente en matière d'environnement. Nous modélisons un marché sur lequel un ou plusieurs intermédiaires (teneurs de marché) proposent un prix auquel ils sont prêts à acheter des permis et un prix auquel ils acceptent de vendre ces permis.

Si un teneur de marché est seul à pouvoir réaliser l'ensemble des échanges, il impose une fourchette de prix positive et tire des profits de sa situation monopolistique. Comme la fourchette est positive, l'équilibre atteint par le marché des permis est tel que les coûts marginaux de réduction des émissions des pollueurs ne s'égalisent pas. Le niveau de pollution ambiante, la production de l'économie et l'utilité des agents sont alors inférieurs à ceux qui prévaudraient si le marché des permis était walrasien. Par ailleurs, l'autorité doit allouer moins de permis que si le marché est walrasien. En revanche, dans le cas d'un duopole de teneurs de marché, le marché se comporte comme un marché walrasien : la fourchette est nulle et les prix sont égaux à la valeur fondamentale des permis.

Ces deux types de microstructure sont ensuite analysées dans la situation où les fonctions de production des pollueurs ne sont connues qu'avec incertitude par l'agence environnementale et par le(s) teneur(s) de marché. Ce(s) dernier(s) ne pouvant vendre plus de permis qu'il(s) n'en possède(nt), une fourchette de prix strictement positive est toujours proposée afin de garantir un profit non négatif. Toutefois, si l'incertitude est trop importante, le(s) teneur(s) de marché ne réalise(nt) aucun échange. Quelle que soit la microstructure (monopole ou duopole de teneurs de marché), on observe que l'utilité sociale espérée peut parfois être plus élevée que lorsque le marché des permis est walrasien (l'agence étant toujours soumise à l'incertitude), en particulier lorsque la probabilité d'observer un état du monde très défavorable est faible. L'agence environnementale alloue toujours un plus grand nombre de permis par rapport à la situation où il y a absence d'incertitude.

23. Nous n'avons pas trouvé de configurations de paramètres pour lesquelles un équilibre (stable) avec excès de demande existe sans que la contrainte (55) soit liante. Par ailleurs, d'autres paramètres conduisent à la solution du duopole « classique ».

Si, en cas d'excès de demande de permis par les firmes, les teneurs de marché (en concurrence) peuvent acheter des permis supplémentaires à l'agence, alors l'utilité sociale espérée est supérieure et l'existence d'un équilibre avec échanges est garantie pour un degré d'incertitude plus élevé. L'agence alloue un plus petit nombre de permis aux pollueurs et fixe son prix de vente des permis aux teneurs de marché à un niveau tellement bas (parfois égal à 0) qu'il peut rarement être interprété comme une pénalité.

La microstructure de type « marché gouverné par les prix » que nous avons retenue correspond à celle de marchés de permis existants, comme par exemple le Acid Rain Program aux Etats-Unis. Cependant, d'autres types de microstructures pourraient être envisagées, notamment les marchés « gourvernés par les ordres ». Sur ce type de marché, les firmes soumettent des ordres d'achat et de vente qui seront exécutés à un prix d'équilibre unique tel que l'excès de demande agrégé soit nul. De tels marchés, générament automatisés (comme par exemple l'ouverture des marchés à la Bourse de Paris), pourraient voir le jour dans le cadre des échanges mondiaux de permis d'émission de gaz à effet de serre. Bien qu'une analyse détaillée des marchés gouvernés par les ordres dépasse le cadre du présent article, on remarque qu'une telle microstructure conduit à des résultats semblables à ceux obtenus dans le cadre d'un marché de type walrasien.

En effet, un équilibre sur un tel marché gourverné par les ordres est atteint lorsque (i) le marché est liquidé et (ii) les firmes soumettent des ordres d'achat ou de vente de manière à maximiser leur profit, étant donné le comportement des autres firmes. Lorsqu'il existe, comme c'est le cas dans notre modèle, un continuum de producteurs qui partagent la même information, aucune firme n'est alors en mesure d'influencer le prix d'équilibre en adoptant un comportement stratégique. Chaque firme considère donc les prix comme donnés et soumet des ordres d'achat ou de vente qui correspondent à leur demande ou leur offre de permis dans un marché de type walrasien. Le prix d'équilibre est alors identique à celui qui prévaut sur un marché de type walrasien. Dans le cadre de notre modèle, les résultats – en termes d'utilité sociale espérée notamment – obtenus en présence de marchés de type walrasien sont donc transposables à une situation dans laquelle le marché des permis est gouverné par les ordres.

Notre analyse a été effectuée à l'aide d'un modèle monopériodique. L'utilisation d'un tel modèle se justifie ici par la complexité de la spécification des fonctions d'offre et de demande de l'actif, généralement considérées comme exogènes dans les modèles analysant les marchés d'actifs financiers. L'extension la plus naturelle de ce modèle consisterait à introduire plusieurs périodes. Un tel cadre devrait permettre aux teneurs de marché de réduire progressivement l'incertitude relative aux offres et aux demandes de permis qui leurs sont adressées. On pourrait par ailleurs observer le comportement de teneurs de marché, de pollueurs ou d'autres agents mieux informés que d'autres, montrer l'influence de ce comportement sur les équilibres successifs du marché des permis et en inférer la décision optimale de l'autorité. Par ailleurs, un modèle multipériodique autoriserait l'analyse du rôle de la microstructure lorsque les agents – firmes et teneurs de marché – peuvent épargner (voire même emprunter) des permis afin de les utiliser ou de les vendre à une période ultérieure (précédente).

Enfin, l'introduction d'une aversion au risque de la part des teneurs de marché et/ou de l'autorité consitituerait une autre extension intéressante de l'analyse. ▼

• Références

ATKINSON A.B., STERN N.H. (1974). – « Pigou, taxation and public goods », *Review of Economic Studies*, 41, p. 119-128.

BIAIS B. (1990). – « Formation des prix sur les marchés de contrepartie: une synthèse de la littérature récente », *Revue Economique*, 5, p. 775-788.

BIAIS B., FOUCAULT T., HILLION P. (1997). – *Microstructure des marchés financiers: institutions, modèles et tests empiriques*, Paris, Presses Universitaires de France.

DALES J.H. (1968). – *Pollution, Property and Prices*, Toronto, University of Toronto Press.

HAHN R.W. (1984). – « Market power and transferable property rights », *The Quarterly Journal of Economics*, 99, p. 753-765.

MONTERO J-P. (1998). – « Marketable pollution permits with uncertainty and transaction costs », *Resource and Energy Economics*, 20(1), p. 27-50.

MONTGOMERY W.D. (1972). – « Markets in licences and efficient pollution control programs », *Journal of Economic Theory*, 5(3), p. 395-418.

NOLL R.G. (1982). – « Implementing marketable emissions permits », *American Economic Review*, 72(2), p. 120-124.

STAVINS R.N. (1995). – « Transaction costs and tradable permits », *Journal of Environmental Economics and Management*, 29(2), p. 133-148.

Annexes

Annexe 1 : preuve du résultat 1.a (M)

L'hypothèse (24) ($\epsilon_{\eta,\sigma} < -1$) est une condition suffisante pour que $aD(a,k)$ soit décroissant. En effet,

$$\begin{aligned}\frac{d\left[aD\left(a,k\right)\right]}{da} &= a\left\{\varphi\left(\frac{\eta\left(a\right)}{k}\right)\eta'\left(a\right)+\left[\eta\left(a\right)-k\overline{x}\left(\varphi\left(\frac{\eta\left(a\right)}{k}\right)\right)\right]\varphi'\left(\frac{\eta\left(a\right)}{k}\right)\frac{\eta'\left(a\right)}{k}\right\}\\ &\quad+\eta\left(a\right)\varphi\left(\frac{\eta\left(a\right)}{k}\right)-\int_0^{\varphi\left(\frac{\eta\left(a\right)}{k}\right)}k\overline{x}\left(i\right)di.\\ &< \left[a\eta'\left(a\right)+\eta\left(a\right)\right]\varphi\left(\frac{\eta\left(a\right)}{k}\right)\end{aligned}$$

$\varphi'(.) > 0$ puisque $\varphi(.) = \overline{x}^{-1}(.)$ avec $\overline{x}'(.) > 0$, et $\eta'(.) < 0$ puisque $\eta(.) = \gamma^{-1}(.)$ avec $\gamma'(.) < 0$. $a\eta'(a) + \eta(a) < 0$, c'est-à-dire $\epsilon_{\eta,a} < -1$, est dès lors une condition suffisante pour que $\dfrac{d\left[aD\left(a,k\right)\right]}{da} < 0$.

La contrainte (22) est alors nécessairement liante : a étant fixé, si b est tel que $D(a,k) < O(b,k)$, le TM peut toujours accroître son profit en diminuant b jusqu'à ce que $D(a,k) = O(b,k)$ puisque $\dfrac{\partial O(b,k)}{\partial b} > 0$; inversement, b étant fixé, si a est tel que $D(a,k) < O(b,k)$, le TM peut toujours accroître son profit en diminuant a jusqu'à ce que $D(a,k) = O(b,k)$ puisque $aD(a,k)$ est décroissant. Le problème défini par les relations (21) à (23) peut donc se réécrire

$$Max_{\{a,b>0\}}\, aD\left(a,k\right) - bO\left(b,k\right) \tag{57}$$

sous contrainte que

$$D\left(a,k\right) = O\left(b,k\right). \tag{58}$$

(58) donne implicitement $a(b)$ ou $b(a)$. Les conditions de premier ordre du problème (57)-(58) conduisent alors à

$$\begin{aligned}&\left[a-b\right]\frac{\partial O\left(b,k\right)}{\partial b} = \left[1-\frac{da}{db}\right]O\left(b,k\right)\\ &\qquad\qquad\text{ou}\\ &\left[a-b\right]\frac{\partial D\left(a,k\right)}{\partial a} = \left[\frac{db}{da}-1\right]D\left(a,k\right)\end{aligned} \tag{59}$$

où, par différentiation de (58), $\dfrac{da}{db} = \dfrac{\dfrac{\partial O(b,k)}{\partial b}}{\dfrac{\partial D(a,k)}{\partial a}} < 0$ (k constant)[24]. La relation (59) donne alors $\dfrac{\dfrac{\partial O(b,k)}{\partial b} db}{O(b)} / \dfrac{d[a-b]}{a-b} = \epsilon_{O,[a^M - b^M]} = -1$ ou $\dfrac{\dfrac{\partial D(a,k)}{\partial a} da}{D(a)} / \dfrac{d[a-b]}{a-b} = \epsilon_{D,[a^M - b^M]} = -1$.

Par ailleurs, $a^M > b^M$. En effet, si $a^M = b^M$ (et donc $\Pi^M = 0$), le TM peut toujours accroître son profit en augmentant a et en diminuant b puisque $\dfrac{\partial O(b,k)}{\partial b} > 0$ et $\dfrac{\partial D(a,k)}{\partial a} < 0$. Supposons que $\sigma > a^M$, et donc $\sigma > b^M$. En conséquence $D\left(a^M\right) > D(\sigma) = O(\sigma) > O\left(b^M\right)$, ce qui contredit la relation $D\left(a^M\right) = O\left(b^M\right)$; on a donc $a^M > \sigma$. Par un raisonnement semblable, il est impossible que $b^M > \sigma$. Dès lors $a^M > \sigma > b^M$. ■

Annexe 2 : teneur de marché monopoleur : variation de la perte sèche de bien être en fonction de *k*

On peut montrer que $\dfrac{\partial [U(\sigma,\sigma,k) - U(a,b,k)]}{\partial k} > 0$. En effet, $U(\sigma,\sigma,k) - U(a,b,k) = Y(\sigma,\sigma,k) - Y(a,b,k)$. Sous les spécifications (30) et (31), la demande et l'offre agrégées de permis sont, respectivement $D(a,k) = \dfrac{\eta(a)^2}{2k}$ et $O(b,k) = -\eta(b) + \dfrac{k}{2} + \dfrac{\eta(b)^2}{2k}$. La contrainte $D(a,k) = O(b,k)$ (contrainte (58)) donne alors $\eta(a) = k - \eta(b)$.

Posons $\eta(a) = u$ et $\eta(b) = v$. L'objectif du teneur de marché monopoleur est donc $Max_{\{u,v\}} [\gamma(u) - \gamma(v)] u^2$ sous contrainte que $v = k - u$, ou encore $Max_{\{u\}} \left[u^{-\alpha} - [k-u]^{-\alpha}\right] u^2$. La condition du premier ordre est

$$2u\left[u^{-\alpha} - [k-u]^{-\alpha}\right] - u^2\left[\alpha u^{-\alpha-1} + \alpha[k-u]^{-\alpha-1}\right] = 0.$$

Après réarrangement, on obtient $[2-\alpha]\left[\dfrac{k-u}{u}\right]^{\alpha+1} - 2\dfrac{k-u}{u} - \alpha = 0$, c'est-à-dire

$$[2-\alpha]\left[\frac{\eta(a)}{\eta(b)}\right]^{\alpha+1} - 2\left[\frac{\eta(a)}{\eta(b)}\right] - \alpha = 0.$$

24. La condition du deuxième ordre assure qu'il s'agit bien d'un maximum.

Cette relation permet alors de calculer numériquement $\dfrac{\eta(a)}{\eta(b)} =_{déf} w$ en fonction du paramètre α. Quand $w(\alpha)$ est connue, on obtient $\eta(a) = \dfrac{k}{1+w(\alpha)}$ et $\eta(b) = \dfrac{kw(\alpha)}{1+w(\alpha)}$.

La condition du deuxième ordre conduit quant à elle à

$$\begin{aligned}
&-3\left[u^{-\alpha-1} + [k-u]^{-\alpha-1}\right] + [\alpha+1]\,u\left[u^{-\alpha-2} - [k-u]^{-\alpha-2}\right] \\
&= [\alpha-2]\,u^{-\alpha-1} - 3\,[k-u]^{-\alpha-1} - [\alpha+1]\,u\,[k-u]^{-\alpha-2} \\
&< 0.
\end{aligned}$$

Il s'agit bien d'un maximum.

Par (29) et en utilisant $\eta(a) = \dfrac{k}{1+w(\alpha)}$ et $\eta(b) = \dfrac{kw(\alpha)}{1+w(\alpha)}$, on obtient alors $Y(\sigma,\sigma,k) = g(k)\left[\dfrac{1}{2}\right]^{1-\alpha}$ et $Y(a,b,k) = g(k)W(\alpha)$ où

$$W(\alpha) = \left[\frac{1}{1+w(\alpha)}\right]^{2-\alpha} + \frac{1}{2-\alpha}\left[\left[\frac{w(\alpha)}{1+w(\alpha)}\right]^{2-\alpha} - \left[\frac{1}{1+w(\alpha)}\right]^{2-\alpha}\right]$$

$+\dfrac{1}{1+w(\alpha)}\left[\dfrac{w(\alpha)}{1+w(\alpha)}\right]^{1-\alpha}$. Dès lors

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\,[U(\sigma,\sigma,k) - U(a,b,k)]}{\partial k} &= \frac{\partial\,[Y(\sigma,\sigma,k) - Y(a,b,k)]}{\partial k} \\
&= g'(k)\left[\left[\frac{1}{2}\right]^{1-\alpha} - W(\alpha)\right].
\end{aligned}$$

Par balayage sur les valeurs admissibles de α $(0 < \alpha < 1)$, on observe que $\left[\dfrac{1}{2}\right]^{1-\alpha} - W(\alpha) > 0$. $g'(k) = k^{2-\alpha}$ étant toujours positif, on a bien $\dfrac{\partial\,[U(\sigma,\sigma,k) - U(a,b,k)]}{\partial k} > 0$. ■

Annexe 3 : preuve du résultat 2 (D)

Ce résultat découle d'une analyse classique de la concurrence « à la BERTRAND » dans laquelle, toutefois, les quantités demandées et offertes sont fonction des prix de vente et des prix d'achat.

On montre d'abord qu'un état où les profits des teneurs de marché sont positifs ne peut être un équilibre. Supposons que le TM_j propose la fourchette $\{a_j, b_j\}$ telle que $\widehat{\Pi}_j > 0$. Ceci suppose que $a_{3-j} \geqslant a_j > b_j \geqslant b_{3-j}$. Alors

le TM_{3-j} aurait intérêt à « couper les prix » , c'est-à-dire à proposer la fourchette $\{a_{3-j}, b_{3-j}\} = \{a_j - \varepsilon, b_j + \varepsilon\}$ où ε est un nombre positif très petit, de façon à monopoliser le marché tout en obtenant un profit $\widehat{\Pi}_{3-j}$ inférieur et quasi-égal à $\widehat{\Pi}_j$. Le TM_j peut alors réagir en coupant les prix à son tour, et ainsi de suite. Ce processus ne s'arrête que dans une situation où les profits sont nuls et où les TM proposent les mêmes prix a et b.

Une telle situation se caractérise alors nécessairement par une fourchette nulle, c'est-à-dire telle que $a = b$. En effet, si au contraire $a > b$, alors $D(a,k) < O(b,k)$. Comme $aD(a,k)$ est décroissant en a (voir la preuve de la proposition 1), un TM pourrait augmenter son profit et toujours satisfaire la demande en diminuant légèrement a.

Un état où les profits et la fourchette sont nuls se caractérise nécessairement par $D(a,k) = O(b,k)$; on a alors $a = \sigma$ car cette équation n'admet qu'une solution. L'unique équilibre est donc caractérisé par les prix $a_j = b_j = \sigma$, $j = 1,2$. ■

Annexe 4 : preuve du résultat 3.a (MI)

La contrainte $D(a,k,m_s) \leqslant O(b,k,m_s)$ est liante. Supposons au contraire que $D(.,m_s) < O(.,m_s)$. Alors, vu que $aD(.)$ est croissant en a et $bO(.)$ décroissant en b, le teneur de marché peut toujours accroître son profit espéré en diminuant a et en augmentant b.

Sous (45), le problème (44) conduit alors directement à la condition (46) où $\dfrac{da}{db} = \dfrac{\dfrac{\partial O(b,k,m_s)}{\partial b}}{\dfrac{\partial D(a,k,m_s)}{\partial a}}$ s'obtient par différentiation de (45). ■

Annexe 5 : preuve du résultat 4.a (DI)

(i) On suppose qu'un équilibre avec échanges existe et on le caractérise.

Pour des raisons semblables à celles évoquées dans la preuve de la proposition 2, un état où les profits espérés des teneurs de marché sont positifs ne peut être un équilibre.

Par ailleurs, la contrainte (52) est liante, c'est-à-dire $D_j(\{a_j, a_{3-j}\}, k, m_s) = O_j(\{b_j, b_{3-j}\}, k, m_s)$. Supposons au contraire que $D_j(.,m_s) < O_j(.,m_s)$. Alors, vu que $aD(a)$ est croissant en a et $bO(b)$ décroissant en b, TM_j peut toujours accroître son profit espéré en diminuant a et en augmentant b.

Toute situation satisfaisant $E(\Pi) = 0$ et $D_j(.,m_s) = O_j(.,m_s)$ est nécessairement tel que $a > b$. En effet, si au contraire $a = b$, alors $E(D(a,k,m)) < E(O(b,k,m))$ puisque $D(b,k,m_n) < D(b,k,m_s)$ et $O(b,k,m_n) > O(b,k,m_s)$ $\forall n \neq s$. Dès lors $E(\Pi) < 0$, et les TM auraient intérêt à rester en dehors du marché.

(ii) On montre que s'il existe $\{\widetilde{a},\widetilde{b}\}$ tel que $E(\Pi(\widetilde{a},\widetilde{b})) > 0$ et $D(\widetilde{a},k,m_s) \leqslant O(\widetilde{b},k,m_s)$, alors un équilibre avec échanges de permis existe.

En effet, on a $E(\Pi(\widetilde{a},b(\widetilde{a}))) \geqslant E(\Pi(\widetilde{a},\widetilde{b})) > 0$ où $b(\widetilde{a})$ est la solution de $D(\widetilde{a},k,m_s) = O(b(\widetilde{a}),k,m_s)$. Par ailleurs, on sait que $E(\Pi(\sigma_s,\sigma_s)) < 0$, où σ_s est par définition la solution de $D(\sigma_s,k,m_s) = O(\sigma_s,k,m_s)$, c'est-à-dire le prix d'équilibre sur le marché walrasien si $m = m_s$.

$E(\Pi(a,b(a)))$ étant partout continue et bornée, en faisant tendre a vers σ_s à partir de $\widetilde{a}$, on passe nécessairement par une fourchette $\{a,b(a)\}$ où $E(\Pi) = 0$. Un équilibre avec échange existe alors. ■